



Colegio Tecnológico Pulmahue
Coordinación Académica

PLAN DE TRABAJO DE 4° MEDIO. DIFERENCIADO guía 6.

Estimados estudiantes junto con saludar, y esperando cuiden su salud en estos momentos que vive el país, envío estas guías, en la que se explica el contenido, ejercicios resueltos y propuestos. Esperando apoyar sus prácticas diarias. Se despide cordialmente.

Profesora: *Jenny Matos Reyes.*
Profe de Matemática.

Entrega de guía 6 jueves 11/06/2020

Objetivo de Aprendizaje:

- *Recordar procedimientos generales para la división de polinomios usando la Regla de Ruffini.*

Unidad 1: Polinomios.

Inicio.

En esta guía 6 se Explica nuevamente el método de Ruffini para reforzar.



RECORDAR

Regla de Ruffini para resolver ecuaciones y factorizar

La **regla de Ruffini** se utiliza para resolver ecuaciones de tercer grado o mayor.

Con la **regla de Ruffini**, solamente se obtienen **las soluciones reales**. Si la ecuación tiene soluciones imaginarias o complejas, éste método no es válido.

Veremos que para obtener las soluciones de la ecuación, previamente hay que factorizar, por lo que con el mismo ejemplo explicaremos ambos conceptos.

OBSERVA Y ANALIZA.

Vamos a resolver un ejemplo explicando paso por paso.

Tenemos la siguiente ecuación:

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

1 – Identificamos los **coeficientes de cada término**, que son los números que van delante de la incógnita. Para la ecuación anterior, los represento en verde para identificarlos:

$$1x^3 + 2x^2 - 1x - 2 = 0$$

2 – Trazamos dos líneas perpendiculares de esta forma:



3 – Colocamos los coeficientes **ordenados por su grado de mayor o menor**:

Grado	3	2	1	0
	1	2	-1	-2

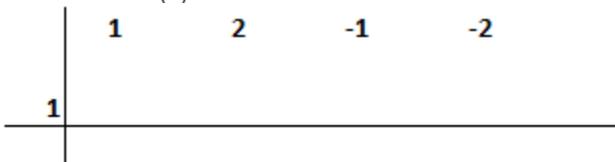
En la **regla de Ruffini**, el grado va disminuyendo de 1 en 1 y cada grado tiene su lugar. Por ejemplo si no tuviéramos ningún término que tenga x^2 , en el lugar del grado 2, se colocaría un 0.

Los números que hemos escrito hasta ahora en el método de Ruffini, es equivalente a escribir la ecuación, es decir:

$$1 \quad +2 \quad -1 \quad -2 \leftrightarrow 1x^3 + 2x^2 - 1x - 2 = 0$$

4 – Ahora escribimos un número a la izquierda de la línea vertical. Más adelante explicaremos qué número colocar aquí y por qué. De momento, empezamos con el 1.

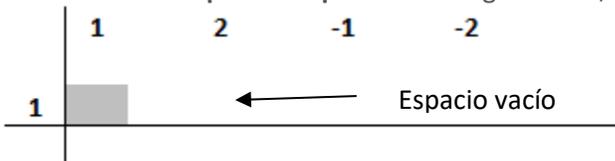
Ese número corresponde al número (a) del binomio $x - a$:



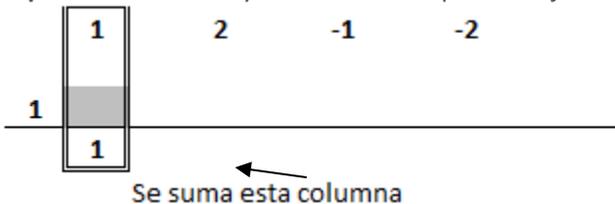
En este caso, escribir ahí un 1, significa el binomio $(x - 1)$ en el método de Ruffini:

$$1 \leftrightarrow x - 1 = 0$$

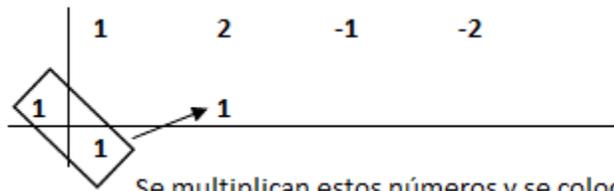
5 – Empezamos a ejecutar el método. El **primer espacio** de la segunda fila, **siempre se deja libre**:



6 – Se hace la suma de la **primera columna** y el resultado se pone abajo:

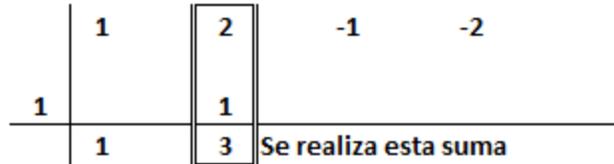


7 – Se multiplica el número de la izquierda por el resultado de la suma de la primera columna. El resultado se coloca en el espacio de la **segunda columna**:



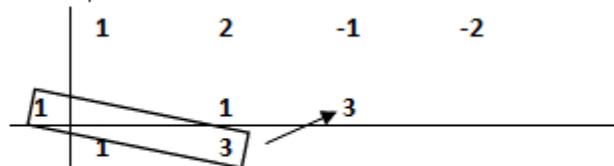
Se multiplican estos números y se colocan allí

8 – Se realiza la suma de la **segunda columna**:



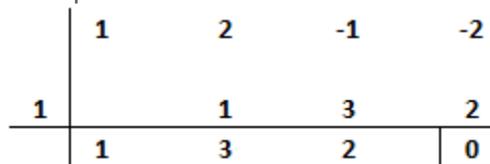
Se realiza esta suma

9 – Se multiplica el número de la izquierda por el resultado de la suma de la segunda columna. El resultado se coloca en el espacio de la **tercera columna**:



Se multiplican estos dos números y el resultado se coloca allí

10 – Así sucesivamente hasta completar todas las columnas:



El objetivo es que **en la última columna tengamos un 0**.

La forma de hallar el número a utilizar para probar es la siguiente: Se descompone el término independiente en sus factores primos:

$$\begin{array}{r} 2 \mid 2 \\ 1 \end{array}$$

Se debe probar con los factores primos hallados y los productos entre ellos, incluyendo el número 1, y con signo positivo y negativo.

Si no tenemos un cero, tendríamos que **probar con otro número** a la izquierda de la línea vertical y **reiniciar el proceso**.

Una vez hemos obtenido un cero al final, vamos a ver **qué significa** lo que tenemos hasta aquí:

	1	2	-1	-2
1		1	3	2
	1	3	2	0
Grado	2	1	0	

Lo que nos ha quedado en la última fila es otra ecuación, pero ahora, el número que está a la izquierda del 0, tiene grado 0 y éste va aumentando de 1 en 1 hacia la izquierda. En este caso, nos queda lo **equivalente** a tener esta ecuación:

$$1 \ 3 \ 2 \leftrightarrow x^2 + 3x + 2$$

Y como hemos visto antes, el 1 a la izquierda de la línea vertical significaba:

$$1 \leftrightarrow x - 1 = 0$$

Lo que quiere decir que lo que tenemos hasta ahora es el **producto de esas dos ecuaciones**, que es igual a la ecuación original:

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x^2 + 3x + 2)(x - 1)$$

11 – Con la fila que nos ha quedado, **volvemos a empezar**. Empezamos probando con el 1:

	1	2	-1	-2
1		1	3	2
	1	3	2	0
1				

12 – Igual que antes, vamos multiplicando con el resultado de sumar en cada columna:

	1	2	-1	-2
1		1	3	2
	1	3	2	0
1		1	4	
	1	4	6	No es cero

Al final tenemos un 6, y lo que queremos es tener un cero. Por tanto, de acuerdo a lo visto anteriormente, **debemos seguir probando**, con -1, con 2, con -2... hasta encontrar el número que nos haga tener un cero en la última columna.

El número que nos hace tener un 0 al final es el -2:

	1	2	-1	-2
1		1	3	2
	1	3	2	0
-2		-2	-2	
	1	1	0	

¿Y ahora qué hacemos? ¿Cómo sabemos que hemos terminado?

El mayor grado de la última fila es 1, por tanto hemos terminado:

	1	2	-1	-2
1		1	3	2
	1	3	2	0
-2		-2	-2	
	1	1	0	
Grado	1	0		

El resultado de la factorización de la ecuación por el método de Ruffini es el producto de la última fila y de los números que están a la izquierda de la línea vertical, pero expresados en forma de ecuación:

$$\begin{aligned}
 1 &\leftrightarrow x - 1 = 0 \\
 -2 &\leftrightarrow x - (-2) = x + 2 \\
 1 \quad 1 &\leftrightarrow x + 1
 \end{aligned}$$

Por tanto, nuestra ecuación será:

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x + 1)(x + 2)(x - 1)$$

Hasta aquí hemos **factorizado la ecuación**. Ahora vamos a resolverla:

1 – Igualamos a 0, tal y como estaba en un principio

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 2)(x - 1) = 0$$

2 – Recuerda que cuando una multiplicación de dos o más factores tiene como resultado 0, quiere decir que uno de los factores es 0, ya que cualquier valor multiplicado por 0 es 0. Por tanto, cualquier factor podría ser 0.

Nos quedan tres ecuaciones de primer grado para despejar, de donde obtenemos **las tres soluciones** (ya que es una ecuación de tercer grado):

$$\begin{aligned}
 x + 1 = 0 &\Leftrightarrow x = -1 \\
 x + 2 = 0 &\Leftrightarrow x = -2 \\
 x - 1 = 0 &\Leftrightarrow x = 1
 \end{aligned}$$

Soluciones: -1, -2 y 1

La Regla de Ruffini para Dividir entre Binomios de la forma x-a

Cuando nos pidan dividir un polinomio entre un binomio de la forma $(x - a)$, entonces aplicamos la **regla de Ruffini** con el número del binomio, **una sola vez**.

Por ejemplo, nos piden realizar la siguiente división:

$$\frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x - 2}$$

Como el denominador $x-2$, es decir, es de la forma $x-a$, utilizamos la regla de Ruffini.

Esta vez, el número que tenemos que colocar a la izquierda de la línea vertical es 2 (**la a de x-a**) y **no tenemos que preocuparnos de si tenemos un cero en la columna final** o no. El resultado que nos dé, será el resto de la división:

	1	2	-1	-2
2		2	8	14
	1	4	7	12
Grado	2	1	0	Resto

El cociente de la división será el polinomio formado por los coeficientes de la última fila:

$$C_{(x)} = x^2 + 4x + 7$$

Y el resto será el último elemento de la última fila:

$$R_{(x)} = 12$$



EJERCITAR Analiza y Resuelve en tu cuaderno.

Factorizar:

- a) $x^3 - 28x + 48 = 0$
- b) $x^3 + x^2 - 17x + 15 = 0$

Dividir:

- a) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ entre $x - 3$
- b) $2x^3 - 13x^2 + 6x + 45$ entre $x - 5$

✓ Ante cualquier duda o consulta comunicarse a través de correo:

pulmahue.matematica.jbm@gmail.com

✓ Usa como bibliografía tu libro de matemática. Consulta en esta pag. Web.

<https://www.curriculumnacional.cl> Aprendo en línea.